O DIÁLOGO COM OS COMPUTADORES

4ª. Sessão - A Álgebra de Boole

(29 de Janeiro de 1969)

Sem voltarmos a fazer referência à falta de imaginação, vamos mais uma vez centrar-nos sobre a afirmação de que o "computer-minded manager" tem de saber abdicar em primeiro lugar, da sua forma tradicional de inteligência, adaptando-se a fórmulas novas de raciocínio, resultantes da imensidade de dados que pode ter e que precisa de ter à sua disposição.

Vamos hoje analisar o problema sob um ângulo diferente, que é o do "técnica" dos raciocínios, o que desde já nos faz perceber a razão do título desta sessão, visto que a Álgebra de Boole pode ser classificada como sendo a "álgebra da lógica".

Para podermos abordar o problema em toda a sua extensão, vamos começar por definir o que se entende por uma "pessoa inteligente", procurando consegui-lo através de um "approach" indutivo.

Tradicionalmente uma "pessoa inteligente" é aquela que é capaz de tirar, com rapidez e com facilidade, conclusões correctas de um dado conjunto de premissas.

Esta definição, embora pareça não ter incorrecções de maior, não contém em si grande "informação", porque quando muito descreve uma situação particular que poderemos classificar como "amadorismo da inteligência".

Analisemos mais de perto esta designação.

É muito vulgar ouvir-se dizer: "Fulano de tal é muito inteligente; só é pena é que não tenha bom senso!"

E deste modo substitui-se o conceito básico de "inteligência" por um hibridismo sem significado físico que é o dípolo "inteligência-bom senso."

Esta afirmação pode parecer muito arrojada, mas no fundo não é, porque aquilo a que é costume chamar falta de bom senso, não traduz senão a incapacidade de fazer raciocínios correctos.

Esta explicação parece ainda mais arrojada e por isso, vamos tentar concretizar o que se pretende dizer.

Imaginemos o seguinte diálogo num escritório:

O empregado: Como sabe, amanhã tenho de ir ao Porto tratar do negócio X.

O chefe: Já sabia.

O empregado: Vou de combóio ou de avião?

O chefe: Qual é o bilhete mais barato?

O empregado: É o de combóio.

O chefe: Então vai de combóio.

O empregado: Mas é que ...

O chefe: O que você quere é ir de avião porque é mais cómodo, mas tenha paciência, vai de combóio.

(O empregado sai)

O empregado: (para os colegas) - Nunca vi ninguém com mais falta de senso do que o Y (o Y é o chefe), porque sabe que a linha está obstruida perto de Santarém e amanhã não deve haver combóios.

Simplesmente, o chefe não tinha lido o jornal e não sabia que a linha estava obstruida. Por isso, aquilo que foi designado por "falta de bom senso" foi apenas um "raciocínio incorrecto", por falta de informação adequada.

Imaginemos agora uma variante da conversa:

O empregado: Como sabe, amanhã tenho de ir ao Porto tratar do negócio X.

O chefe: Já sabia.

O empregado: Vou de combóio ou de avião?

O chefe: Qual é o bilhete mais barato?

O empregado: É o de combóio.

O chefe: Então vai de combóio.

O empregado: Mas é que a linha está obstruida.

O chefe: Então vai para a semana.

(o empregado sai e volta uma semana depois)

O chefe: Então?

O empregado: Então, atrazámo-nos e o negócio foi para a concorrência.

O chefe: Mas isso, não é possível!

O empregado: Não é, mas foi!

(o empregado sai)

O empregado: (para os colegas) - Nunca vi ninguém com mais falta de senso do que o Y (o Y continua a ser o chefe), porque sabia que o negócio podia ir para a concorrência mas atrazou a minha ida ao Porto, por causa de uma economia ridícula.

Simplesmente, o chefe não tinha pensado que o negócio podia ir para a concorrência (a propósito, o empregado também não tinha pensado nisso); por isso, aquilo que foi designado por "falta de bom senso" foi apenas um "raciocínio incorrecto", por falta de uma técnica de raciocínio adequada.

A razão da existência do hibridismo inteligência e bom-senso que atràs se mencionou, reside fundamentalmente no facto de tradicionalmente se reservar o conceito de inteligência para factores fàcilmente quantificáveis ou interligáveis de forma determinística, englobando-se no conceito de bom senso os factores dificilmente quantificáveis ou de carácter aleatório.

Simplesmente, em face da metodologia moderna em relação ao problema da decisão, tal distinção deixa de fazer sentido uma vez que se introduza a noção de risco que resulta do equacionamento de factores dificilmente quantificáveis ou de tipo aleatório.

Uma vez aceite esta posição de partida, uma "pessoa inteligente" é aquela que é capaz de:

I - Reunir toda a informação necessária para o equacionamento correcto dos problemas.

II - Utilizar uma técnica correcta no manuseamento dessa informação.

Antes de prosseguirmos, vamos apresentar este mesmo tema sob uma forma diferente.

Vamos supôr que um determinado conjunto de informações conduz ao seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ x + 5y - 2z = 7 \\ 5x - y + 6z = 53 \end{cases}$$

Se resolvermos este sistema, teremos:

$$\begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \\ z = 6 \end{cases}$$

Esta solução pode transformar-se numa decisão se se disser: faça $x = 4$, faça $y = 3$ e faça $z = 6$.

Vamos agora supôr que o sistema era ligeiramente mais complicado.

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ x + 5y - 2z = 7 \\ 5x - y + 6z = 53 \\ 2x + 6y - 2z = 20 \end{cases}$$

Neste momento, alguém da assistência pode lembrar-se de dizer que se está a fazer batota por se ter apresentado um sistema com 4 equações e só com três incógnitas.

No entanto, não há batota nenhuma, porque a vida é mesmo assim: os dados de ordem prática são o que são e não se subordinam aos métodos matemáticos pré-estabelecidos.

Por isso, vamos tentar resolver o sistema. Se o fizermos, chegamos à conclusão de que é incompatível, isto é, não tem solução.

Não vamos evidentemente entrar em pormenores de ordem matemática que mostram que o sistema é incompatível. Mas basta verificarmos que a solução que satisfaz às três primeiras equações (e que é a única possível) não satisfaz à última.

Com efeito, substituiado os valores achados na última equação, temos:

$$2 \times 4 + 6 \times 3 - 2 \times 6 = 14 \neq 20$$

(É claro que se a última equação fôsse

$$2x + 6y - 2z = 14,$$

a solução satisfazia; simplesmente, não era precisa para nada, ou por outras palavras, não continha qualquer informação adicional).

Imaginemos então que por deficiência de informação se tinha contado apenas com as três primeiras equações e se tinha omitido ou ignorado a última.

Se isso acontecesse, tínhamos tomado uma decisão muito bonita, mas que não se aplicava à realidade prática.

E se meditarmos um pouco sobre o assunto, verificamos que há muitos insucessos de decisões que resultam de não se entrar em linha de conta com condições que tornam os sistemas de equações incompatíveis.

Mas isso nada tem que ver com o "bom senso", embora seja esta a interpretação mais corrente (além do "azar", é claro).

Analisemos o problema ainda sobre outro ângulo.

Vamos considerar uma "pessoa inteligente" perfeitamente mentalizada no sentido da necessidade de dispôr de toda a informação indispensável ao equacionamento dos seus problemas.

E vamos supôr que tem de tomar uma decisão em relação ao problema que se descreve a seguir.

Na sua fábrica produziam-se 5 produtos, X, Y, T, U e V cujos lucros unitários expressos em contos eram respectivamente

$$P_x = 5; \quad P_y = 7; \quad P_t = 5; \quad P_u = 4; \quad P_v = 5$$

A possibilidade de venda desses diferentes produtos era no total de 300 unidades por ano.

As limitações fabris desse fabrico eram de um máximo de 20.000 semanas-máquina disponíveis (exigindo uma unidade de cada um dos produtos respectivamente 30, 70, 50, 20 e 40 semanas-máquina) e um máximo de 460 m2 de armazenagem (ocupando cada unidade respectivamente 1, 0,2, 4, 1 e 3 m2).

Pretende-se determinar quais as produções x, y, t, u e v respectivamente de cada um desses produtos que origina o lucro máximo.

A resolução deste problema exige já uma certa técnica de"raciocínio", que está muito longe de ser intuitiva e que conduz a um resultado matemàticamente certo.

Para tornarmos o exemplo mais atractivo, vamos admitir que a pessoa que tinha de decidir não conhecia essa técnica e tentava, dentro de um certo conceito de "bom senso" fixar um programa de fabrico com base em 50% do produto que dava maior lucro (7 contos), 15% dos que davam um lucro médio (5 contos por unidade) e 5% do que dava menor lucro (4 contos por unidade).

Como a produção totam era de 300 unidades, isso equivaleria a $x=45$, $y=150$, $t=45$, $u=15$ e $v=45$, o que daria um lucro total z, tal que

$$z = 5x45 + 7x150 + 5x45 + 4x15 + 5x45 = 1.785 \text{ contos}$$

Nos aspectos de fabrico e de armazenagem, a solução era satisfatória porque quer o número de semanas-máquina necessárias, quer a necessidade de armazenagem tinham valores inferiores às disponibilidades.

Com efeito:

$$30x45 + 70x150 + 50x45 + 20x15 + 40x45 = 16.200 < 20.000$$

$$1x45 + 0{,}2x150 + 4x45 + 1x15 + 3x45 = 405 < 460$$

Ora a solução óptima determinada matemàticamente é $x = 25$, $y = 275$, $t = 0$, $u = 0$ e $v = 0$, o que dará um novo lucro total z_1

$$z_1 = 5 \times 25 + 7 \times 275 = 2.050 \text{ contos}$$

A diferença entre os dois valores é portanto

$$z_1 - z = 2050 - 1785 = 265 \text{ contos}$$

Este resultado significa que o "bom senso" dava um prejuizo anual de 265 contos, mas a pessoa que tinha tomado a decisão podia argumentar que não queria abandonar o mercado nos produtos T, U e V e era precisamente nesse aspecto que residia o mérito do "bom senso" em relação à matemática.

Mas a interpretação não está correcta, porque lá voltamos a caír no hibridismo.

É que a vantagem de manter esses produtos no mercado devia fazer parte da informação de partida, tal como as capacidades de produção e de armazenagem, fixando-se por exemplo o nível de venda mínimo para cada um dos produtos.

Consideremos agora outro exemplo.

Uma determinada firma pretendia montar numa oficina 5 máquinas que exigiam uma afinação com relativa frequência.

O conhecimento da indústria fixava como valor médio 2,74 afinações a fazer por dia e por máquina e a possibilidade de um mecânico efectuar 3,90 afinações por dia e por máquina, o que se poderia considerar razoàvelmente folgado em relação ao número de afinações.

A firma adquiriu o equipamento e mandou um mecânico especializar-se no estrangeiro.

A oficina arrancou sem incidentes e tudo decorreu bem nos primeiros dias. Mas no fim de um mês, a produção estava a ser desastrosa porque se verificava que havia permanentemente quási 4 máquinas paradas e uma única em funcionamento.

Começou então uma troca de cartas mais ou menos azedas entre a firma e os fornecedores das máquinas, atribuindo-se mùtuamente a responsabilidade do insucesso verificado.

E como muitas vezes acontece, cada um puxava a brasa à sua sardinha e a discussão prosseguia.

Ora, o que é curioso, é que ambos tinham razão, porque teòricamente, o número médio de máquinas paradas é 3,6, o que parece que conduz a situação a um bêco sem saída.

Houve então alguém que se lembrou de arranjar outro mecânico e nessas condições, o número de máquinas paradas passou a ser em média de 2,53.

Ficou toda a gente muito contente e resolveu-se logo admitir mais dois mecânicos, o que fazia prever resultados espectaculares.

Simplesmente, o número médio de máquinas paradas passou para ... 2,05.

Foi uma grande decepção, como é natural, mas o pior é que cada mecânico tinha em média por cada hora de trabalho, 1,96 horas de descanso.

Nessa altura, já ninguém teve a coragem de propôr a admissão de mais um mecânico.

E então pergunta-se: Onde está a verdadeira solução de um problema, o qual apesar de parecer extravagante,é o mais real que é possível?

Essa solução depende dos valores a atribuir ao custo da inactividade das máquinas e às horas de mecânico não aproveitadas.

Por exemplo, para o valor de 300$00 por dia como prejuizo de uma máquina parada e de 90$00 por dia do vencimento do mecânico, a solução óptima obtem-se para 3 mecânicos e 2,24 máquinas paradas em média por dia. E o que é curioso é que mesmo neste caso, por cada hora de trabalho, cada mecânico tem em média 0,915 horas de inactividade.

A explicação dos diversos aspectos aparentemente anómalos neste problema, reside no facto de no caso de um único mecânico, cada máquina ter de esperar em média 5,4 horas para ser afinada (porque o mecânico tem 5 máquinas a seu cargo e podem desafinar-se 2 ou 3 ao mesmo tempo), enquanto que no caso de 3 mecânicos, o tempo de espera fica reduzido a 9,6 minutos (valor este que passa para 0,96 minutos no caso de 4 mecânicos, o que já não é significativo).

É claro que a obtenção destes números está muito longe de ser intuitiva e por isso o aspecto da "técnica de raciocínio" mais uma vez aparece como fundamental.

E o que é importante fazer ressaltar é que não há qualquer semelhança entre as "técnicas de raciocínio" aplicáveis a cada um dos exemplos apresentados, embora qualquer pessoa considerada "inteligente" seja capaz de as aprender se tiver tempo e disposição para isso.

Poderá eventualmente ficar a dúvida de saber se nos casos apresentados, as técnicas utilizadas são simples ou complicadas.

Sobre o assunto, não se pode dar nenhuma resposta precisa, porque estes conceitos são sempre relativos; apenas se pode dizer que são relativamente acessíveis, não se improvisam e os resultados dos cálculos que se apresentaram foram obtidos manualmente, sem recurso a um computador.

Chegados a este ponto, estamos em posição de poder desenvolver os dois aspectos complementares dos raciocínios correctos, isto é, a informação completa e a técnica de raciocínio adequada.

Deixaremos o primeiro aspecto para a próxima sessão (que, como foi anunciado, terá por título "As perguntas e o input") e vamos centrar-nos sobre o segundo para ver até que ponto será possível estabelecer uma metodologia das técnicas de raciocínio.

E é então que aparece a"Álgebra de Boole", o que aliás já não era sem tempo.

Em última análise, a Álgebra de Boole é um corpo de doutrina que se baseia na sistematização de raciocínios simples, isto é, daqueles que derivam de perguntas cujas respostas são apenas "sim" ou "não".

Deixaremos a sua definição para daqui a pouco, visto que ela é difícil de perceber, enquanto não conhecermos a sua essência.

Mas para concretizarmos desde já o seu conteúdo, diremos que a Álgebra de Boole constitui um caso mais geral da Teoria dos Conjuntos.

E ao falar-se em Teoria dos Conjuntos, pode haver quem fique alarmado porque se lembra ainda de que tratou este assunto nos estudos de matemática na Universidade e que era uma coisa muito complicada.

É claro que os tempos mudam e a Teoria dos Conjuntos é agora ensinada aos miudos do 1º.ano dos Liceus, constituindo a base daquilo a que é costume chamar as Matemáticas Modernas.

Uma vez desmistificada a complexidade da Teoria dos Conjuntos (a propósito, desmistificar é uma palavra que está muito na moda), é necessário que lembremos o que há de essencial na Teoria dos Conjuntos.

Ora de essencial só há dois pontos a considerar:

I - A definição
II - Os sinais + e . (ou $\cup$ e $\cap$).

O problema da definição do que é um conjunto é sempre um grande problema. Com efeito, é costume definir conjunto como uma colecção de objectos da mesma natureza a cada um dos quais se dá o nome de elemento do conjunto.

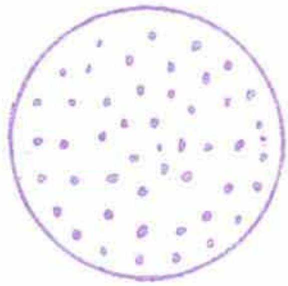
Mas é evidente que também se poderia definir colecção como um conjunto de elementos da mesma natureza, a cada um dos quais se dá o nome de objecto da colecção.

Parece que deste modo a questão fica clara e podemos passar a falar sem dificuldades de semântica do conjunto das máquinas de escrever da Sède, do conjunto das informações da Mecanografia ou de qualquer outro conjunto que nos venha à cabeça.

Quanto aos sinais + e . (ou $\cup$ e $\cap$), são os sinais representativos das duas operações básicas que se podem efectuar sobre os conjuntos (e que são tão legítimas como os sinais +, -, x, : representativos das operações artméticas).

O sinal + (ou $\cup$) significa "ou"; o sinal . (ou $\cap$) significa "i".

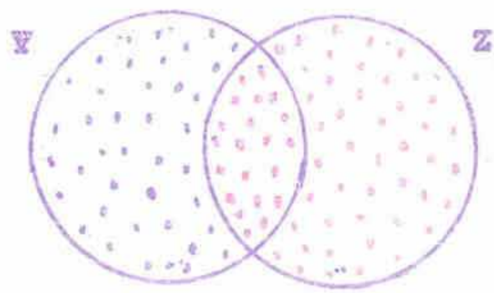
Para o assunto não se tornar abstracto, recorre-se a uma representação gráfica que se designa por diagrama de Venn ou de Euler, a qual consiste em representar os elementos do conjunto por quaisquer sinais gráficos (por exemplo pontos) dentro de uma circunferência ou de qualquer linha fechada, o que se mostra na figura seguinte:



Este conjunto (que vamos designar por X) pode representar por exemplo as máquinas de escrever da Sede, desde que cada ponto fique identificado com o número de identificação do Património.

Vamos agora considerar este conjunto como constituído por três sub-conjuntos Y, Z e W, sendo Y o sub-conjunto das máquinas utilizadas só para fazer relatórios, Z o das máquinas só para fazer cartas e W o das máquinas que tanto se utilizam para relatórios como para cartas (para efeitos de representação gráfica, a inclusão de um conjunto noutro, indica-se com o sinal $\subset$;por exemplo $Y \subset X$; $Z \subset X$; $W \subset X$).

Se representarmos no diagrama de Venn as máquinas para relatórios com pontos azuis e as máquinas para cartas com pontos encarnados, obteremos a representação da figura seguinte:



As duas operações + e . destinam-se a obter, a partir destes dois conjuntos, um conjunto único respectivamente com os pontos que pertencem a um <u>ou</u> outro, ou que pertencem a um <u>e</u> outro.

Será portanto:

Y + Z

Y . Z

À primeira destas operações dá-se o nome de <u>união</u> e à segunda o de <u>interseção</u>.

Portanto a união representa as máquinas de escrever que se utilizam para relatórios <u>ou</u> para cartas; a interseção as que se utilizam para relatórios <u>e</u> para cartas, e o que é curioso é que estes resultados se podem escrever com aspecto semelhante ao das operações algébricas.

Com efeito, conclui-se imediatamente que:

$$X = Y + Z$$
$$W = Y . Z$$

visto que X é o conjunto total das máquinas de escrever e W é o conjunto das que se utilizam quer para relatórios quer para cartas.

Uma vez assentes estas definições, a álgebra dos conjuntos desenvolve-se por si própria.

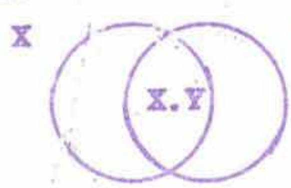
Por exemplo:

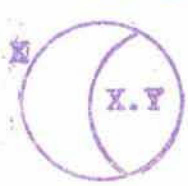
$$X + X . Y = X$$

Sob o ponto de vista aritmético, este resultado parece disparatado.

No entanto, está certo, porque a interseção X.Y representa o conjunto dos pontos que pertencem simultâneamente a X e a Y e portanto é um sub-conjunto de X; por outro lado (X + X . Y) representa o conjunto dos pontos que pertencem ou a X ou a um sub-conjunto de X, o que é o próprio X.

Este resultado vê-se ainda mais fàcilmente através dos diagramas de Venn:

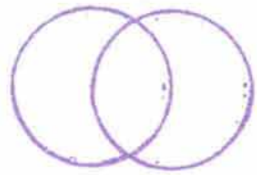




$$X + X.Y = X$$

Outro exemplo:

$X \cdot (X + Y) = X$



$X + Y$

É evidente que a parte comum a $X + Y$ e a X é o X.

Deve notar-se no entanto que a definição das operações união e intesseção não chega para estudar a Álgebra de Boole.

É necessário introduzir ainda mais três conceitos:

I - O conjunto universal, que é o conjunto de todos os elementos em consideração e que se representa por 1.

II - O conjunto vazio, que é o conjunto sem qualquer elemento e que se representa por 0.

III - O conjunto complementar, que se representa com uma linha e que compreende o conjunto de elementos do conjunto universal, que não pertencem ao conjunto em estudo.

A introdução destes três conceitos permite-nos alargar de uma maneira enorme o âmbito das operações possíveis.

Por exemplo:

a) $0 \cdot X = 0$
b) $1 \cdot X = X$
c) $1 + X = 1$
d) $X \cdot X' = 0$
e) $X \cdot (X'+Y) + Y \cdot (Y+Z) + Y = Y$

Com efeito;

a) - Os pontos comuns ao conjunto vazio e a um conjunto qualquer não são nenhuns.

b) - Os pontos comuns ao conjunto universal e a um conjunto qualquer nele contido, são os pontos deste último conjunto.

c) - Os pontos que pertencem quer ao conjunto universal quer a um conjunto nele contido, são os pontos do conjunto universal.

d) - $X \cdot X' = 0$, visto que não há pontos comuns a um conjunto e ao complementar.

e) - $X \cdot (X' + Y) + Y \cdot (Y + Z) + Y =$

$= X \cdot X' + X \cdot Y + Y \cdot (Y + Z) + Y =$

$= 0 + X \cdot Y + Y \cdot (Y + Z) + Y =$

$= X \cdot Y + Y + Y = Y$

De facto,

$X \cdot X' = 0$; os pontos comuns a Y e $(Y + Z)$ são o conjunto Y; a interseção de X com Y é um sub-conjunto de Y; e, finalmente o conjunto de pontos que pertencem a Y, a Y e a um sub-conjunto de Y é o próprio Y.

Tudo isto pode parecer estranho às pessoas pouco habituadas a lidar com a Teoria dos Conjuntos; mas que é tudo profundamente lógico, lá isso é verdade.

E neste momento, já estamos em condições de definir o que é a Álgebra de Boole, tal como ela foi apresentada por Huntington em 1904 (a propósito, George Boole nasceu em 1815 e morreu em 1864).

Essa definição é a seguinte:

Uma classe de elementos B juntamente com duas operações binárias (+) e (.) (sendo costume escrever ab em vez de a.b) é uma Álgebra de Boole quando e só quando obedece aos seguintes postulados:

P_1 - As operações (+) e (.) são comutativas.

P_2 - Dado um elemento qualquer a, verificam-se as identidades $a+0 = a$ e $a.1 = a$.

P_3 - Cada uma das duas operações é destribuitiva sobre a outra.

P_4 - Para cada elemento a existente em B, existe um elemento a' também em B, tal que

$$a + a' = 1 \quad \text{e} \quad aa' = 0$$

Esta definição teve como objectivo apenas formalizar o assunto, visto que se compreende perfeitamente, em face do que se disse anteriormente sobre a Teoria dos Conjuntos.

É claro que sobre a Álgebra de Boole bastante mais se poderia dizer, mas para o fim em vista, o que se disse é suficiente porque o nosso objectivo era o de chegar à Álgebra da Lógica (a que é costume dar o nome de Lógica Simbólica), a qual, logo por sorte é uma Álgebra de Boole, que se designa por Álgebra das Proposições.

Esta álgebra baseia-se em três termos:

- Proposição
- Verdadeira
- Falsa

Como proposição, tem o significado de afirmação ou negação, toda esta álgebra se desenvolve no sentido de indagar se as proposições são verdadeiras ou falsas (não podendo ser verdadeiras e falsas ao mesmo tempo, embora em certos casos desse muito jeito que isso fôsse possível).

É costume representar as proposições por letras pequenas, por exemplo p, q, r, s, ..., que constituem os elementos da álgebra considerada.

Atendendo a que, como se disse atràs, as proposições não podem ser verdadeiras e falsas ao mesmo tempo, cada proposição indicada será verdadeira ou falsa.

O contrário dessas proposições, será por consequência falso ou verdadeiro.

A negação de uma dada propisção p representa-se por p' do mesmo modo que na Teoria dos Conjuntos representámos com uma linha o conjunto complementar.

Se nós representarmos "verdadeira" por 1 e "falsa" por 0, pddemos construir o quadro da página seguinte.

Um quadro deste tipo costuma ser designado por "Tabela da Verdade", que constitui a base de sistematização da análise lógica das proposições.

Fila	p	p'
1	1	0
2	0	1

Para se perceber bem a utilidade destas tabelas, vamos considerar uma mais complicada.

Fila	p	q	r	qr	p+qr	p+q	p+r	(p+q) (p+r)
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	0	0	1	1	1	1
3	1	0	1	0	1	1	1	1
4	1	0	0	0	1	1	1	1
5	0	1	1	1	1	1	1	1
6	0	1	0	0	0	1	0	0
7	0	0	1	0	0	0	1	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Comecemos por interpretar os cabeçalhos das colunas:

- p,q e r são três proposições, por exemplo:
  - I - a entrada na Sède é às 9 horas; (verdadeira)
  - II - os combóios da linha de Cascais não andam atrazados (falsa)
  - III - No Verão, os dias são mais quentes (verdadeira).
- qr representa a intersecção de q com r, o que como vimos atràs, corresponde à conjunção e, o que na Lógica Simbólica se designa por conjunção de q e r.
- (p+q) representa a união de p com q, ou seja a conjunção ou designada na Lógica Simbólica por disjunção de p e q.
- Os cabeçalhos das restantes colunas são combinações de conjunções e disjunções.

Uma vez interpretados os cabeçalhos, vamos traduzi-los em linguagem corrente:

- A coluna qr significa que os combóios da linha de Cascais não andam atrazados e que os dias de Verão são mais quentes (falsa).
- A coluna (q + qr) significa que ou a entrada na Sède é às 9 horas ou os combóios da linha de Cascais não andam atrazados e os dias de Verão são mais quentes (verdadeira).
- A coluna (p+q) significa que ou a entrada na Sède é às 9 horas ou os combóios da linha de Cascais não andam atrazados (verdadeira).
- A coluna (p+r) significa que ou a entrada na Sède é às 9 horas ou os dias de Verão são mais quentes (verdadeira)
- A coluna (p+q) (p+r) significa que ou a entrada na Sède é às 9 horas ou os combóios da linha de Cascais não andam atrazados e ou a entrada na Sède é às 9 horas ou os dias no Verão são mais quentes (verdadeira).

Olhando para as diferentes colunas desta tabela, verifica-se que p+qr = (p+q)(p+r).

Para quem tiver curiosidade de construir mais uma tabela da Verdade, indica-se a seguir a correspondente a (r' + pq)', a qual se transcreve:

Fila	p	q	r	r'	pq	r'+pq	(r'+pq)'
1	1	1	1	0	1	1	0
2	1	1	0	1	1	1	0
3	1	0	1	0	0	0	1
4	1	0	0	1	0	1	0
5	0	1	1	0	0	0	1
6	0	1	0	1	0	1	0
7	0	0	1	0	0	0	1
8	0	0	0	1	0	1	0

Não se pode negar que isto seja até certo ponto divertido, mas é legítimo perguntar para que é que serve.

Deve dizer-se desde já que a pergunta não é embaraçosa, porque é este o processo que nós temos para ensinar o computador a raciocinar.

Por outras palavras, os circuitos eléctricos dos computadores são estabelecidos com base na Álgebra das Proposições.

Não vamos neste momento, desenvolver este tema, porque teremos ocasião de o tratar com um certo desenvolvimento na 6ª.Sessão, que terá por título - O "cérebro" dos computadores.

Mas poder-se-à perguntar que interêsse é que podem ter os utilizadores dos computadores em entrar nesses pormenores, que são específicos dos técnicos respectivos.

Esse interêsse está directamente relacionado com os exemplos dados no sentido da necessidade de disciplinar e profissionalizar as técnicas de raciocínio de modo a conduzirem a decisões correctas.

Porque tudo isto faz ressaltar mais um aspecto do "computer-minded manager", que é o da humildade.

Na realidade, nenhum ser inteligente se pode considerar como um iluminado, capaz de fazer por si só raciocínios brilhantes.

Tem de aprender a fazê-los com todas as implicações de esforço, de disciplina e de profissionalismo, a que tem de sujeitar-se.

E por muito paradoxal que isso possa parecer, esse esforço, essa disciplina e esse profissionalismo, terão de ser tanto mais difíceis quanto maior fôr a informação disponível e mais aperfeiçoados os meios de cálculo a que se possa recorrer.

É uma ilusão supôr-se que os computadores se destinam a resolver por métodos novos, problemas velhos, porque a verdade é outra:

Os computadores só são na realidade úteis e rentáveis quando aplicados a problemas novos que resultam da possibilidade de equacionar de forma mais perfeita os dados de gestão das empresas.

Simplesmente, não são os computadores que nos vão ensinar a criar esses problemas novos, porque até para fazerem os raciocínios elementares da Álgebra de Boole, precisam de ser ensinados.

E por hoje parece que já chega.

Lisboa, 29 de Janeiro de 1969